

Die Gleitmethode nach Mitscherlich und was sie mit Geostatistik zu tun hat

Hans-Peter Piepho

FG Biostatistik

Institut für Kulturpflanzenwissenschaften

Universität Hohenheim



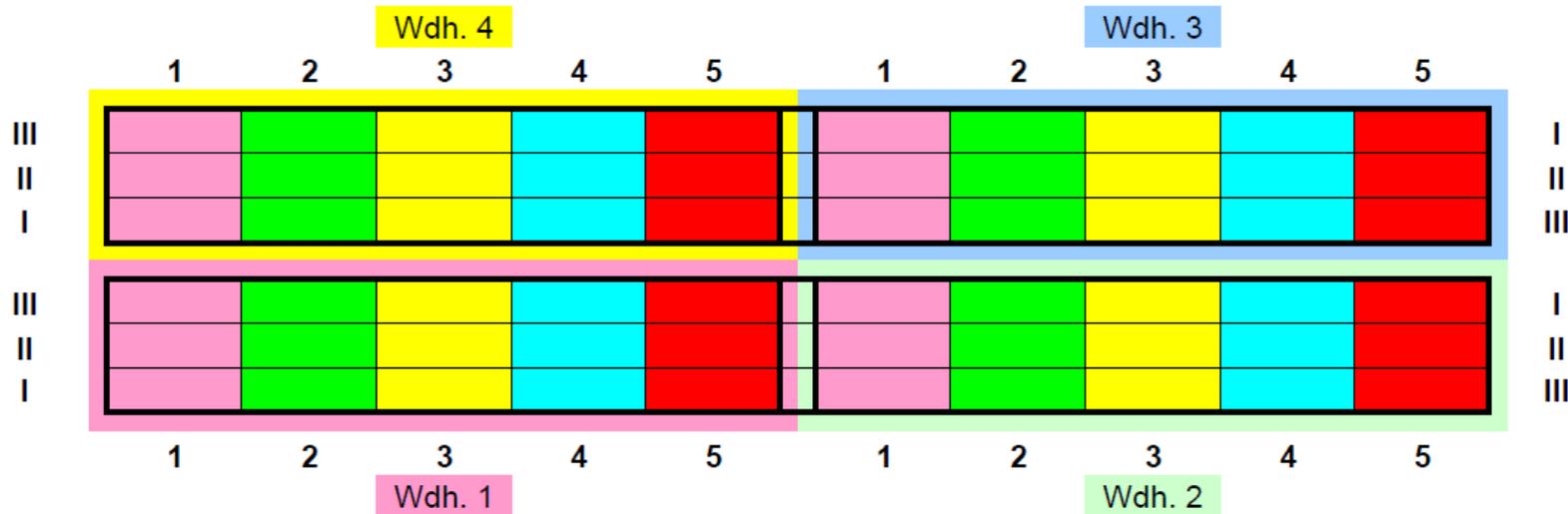
Viele Dauerversuche sind nicht randomisiert

Ergebnis einer Erhebung zu Dauerversuchen in Deutschland
(Meike Grosse, ZALF):

n = 41 Versuche

- randomisiert: n = 19
- teilweise randomisiert: n = 4
- nicht randomisiert: n = 18

Erschöpfungsversuch (EV) seit 1954



2 Prüffaktoren (Stufen+Varianten):

| | |
|------------------|--------------------------------------|
| Stufen | I halbe Mineraldüngung |
| | II volle Mineraldüngung |
| | III volle Mineraldüngung + Stallmist |
| Varianten | 1 ungedüngt, nur in III Stallmist |
| | 2 ohne N, nur P und K Düngung |
| | 3 ohne K, nur N und P Düngung |
| | 4 ohne P, nur N und K Düngung |
| | 5 NPK Düngung |

(JLU Giessen, Versuchsfeldführer, 2015)



Contents lists available at [ScienceDirect](#)

European Journal of Agronomy

journal homepage: www.elsevier.com/locate/eja



Mineral NPK and manure fertilisation affecting the yield stability of winter wheat: Results from a long-term field experiment



Janna Macholdt^{a,*}, Hans-Peter Piepho^b, Bernd Honermeier^a

^a *Institute of Agronomy and Plant Breeding I, Professorship of Agronomy, Justus Liebig University Giessen, Biomedical Research Center Seltersberg, Schubertstrasse 81, 35392 Giessen, Germany*

^b *Biostatistics Unit, Institute of Crop Science, University of Hohenheim, Fruwirthstrasse 23, 70599 Stuttgart, Germany*

Wie am besten unrandomisierte Versuche analysieren?

- Keine randomisations-basierte Analyse möglich
- So tun als wäre es randomisiert gewesen? Welches Modell?
- Geostatistische Modellierung?

⇒ Modellwahl immer ambivalent

⇒ Muss fehlende Randomisation in Publikationen offen legen

⇒ Keine schließende Statistik möglich ohne echte Wiederholungen (das gilt für ein Jahr. Über mehrere Jahre sieht es etwas besser aus ...)

⇒ Wenn echte Wiederholungen verfügbar, verschiedene Modelle probieren und das beste verwenden?

Dr. Jochen Alkämper
Universitätsprofessor

35396 Gießen,
Hölderlinweg 10
Telf. 0641 51726

4.6.2020

Herrn
Professor Dr. Hans Peter Piepho
Universität Hohenheim, Kulturpflanzenwissenschaften
FG. Biostatistik
Fruwirthstr. 20

75099 Stuttgart Hohenheim

Lieber Herr Kollege Piepho!

Ich bin nun in einem Alter angelangt, in dem man aufräumt, 93. Man will nicht alles wegwerfen. So schicke ich Ihnen einmal den ersten Forschungsbericht Ihrer Diplomarbeit. Ferner möchte ich Ihnen vermachen eine Ablichtung einer Arbeit von von Boguslawski, die noch aus Kriegszeiten stammen muß. Hier entwickelt er die Mitscherlichschen Gleitmethode, die hauptsächlich für einfaktorielle Versuche geeignet ist, fort zur "Ertragsflächenmethode", mit der mehrfaktorielle Fragen beantwortet werden können. Ich habe meine Versuche zur Dr.-Arbeit hiernach angelegt. Es war eine ungeheure Rechnerei, und das noch mit Rechenschieber oder Rechenwalze. Meine Versuche hatten meist 36 Varianten!

Ferner schicke ich Ihnen Prof. Schusters Buch "Anlagen und Auswertungen von Feldversuchen," welches über viele Jahre Standardwerk war. Die Auswertung machen ja jetzt Rechenprogramme, die Blockanlage ist aber wohl geblieben. Sehen Sie zu, was Sie daraus machen.

Das wärs, mit schönen grüßen aus Gießen



Hans-Peter Piepho, Nha Vo-Thanh

Die Gleitmethode nach Mitscherlich und was sie mit Geostatistik zu tun hat

Mitscherlich's slide method
and what it has to do with geostatistics

Originalarbeit

527

Das neue Anlageschema ist in Abbildung 1 dargestellt. Wie leicht zu erkennen ist, wird davon ausgegangen, daß beide zu

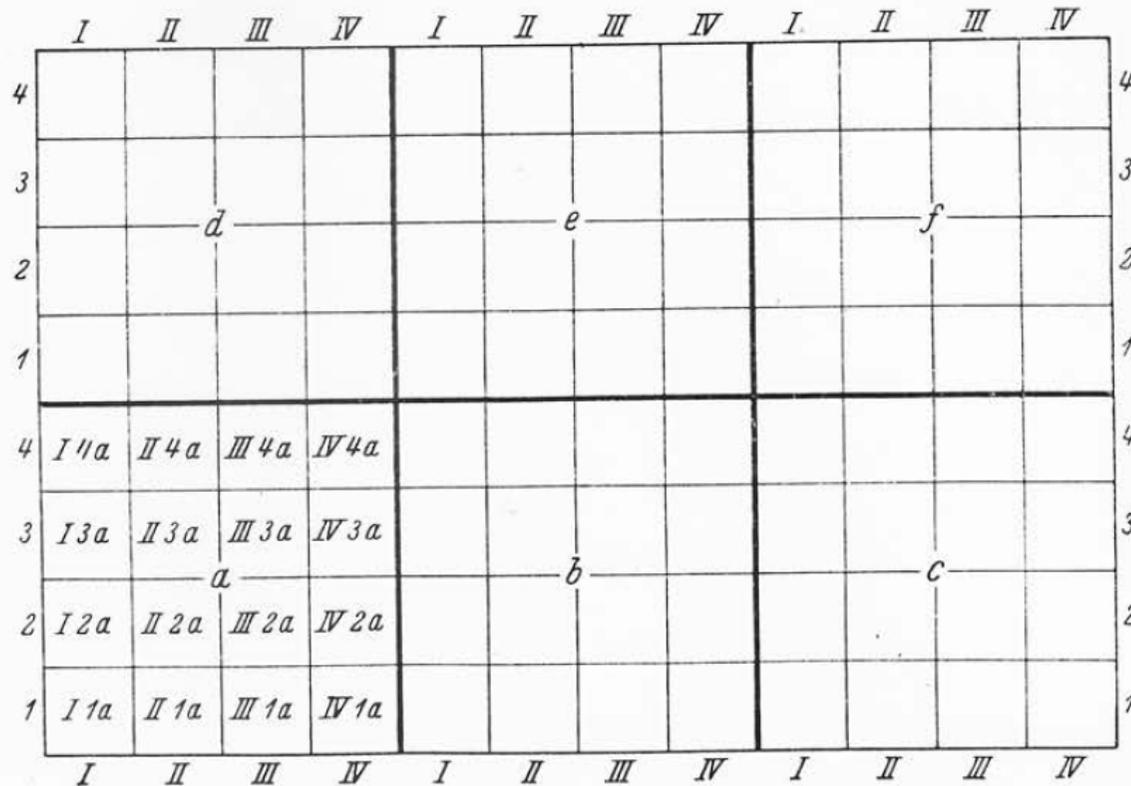


Abb. 1. Schema zur Ertragsflächenmethode.

kombinierenden Faktoren in gleicher Anzahl von Abstufungen vorkommen. Indessen verträgt das Versuchsprinzip mit Rücksicht auf die praktischen Bedürfnisse geringe Abweichungen von diesem Grenzfall. In der Abbildung sind die vier Abstufungen

(Boguslawski 1942)

MITSCHERLICH-Design

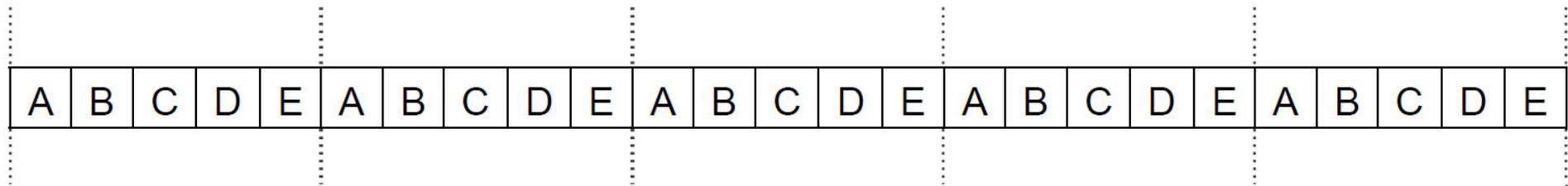


Abb. 1: Eine systematische Versuchsanlage (MITSCHERLICH-Anlage) mit fünf Behandlungen und fünf Wiederholungen für die Auswertung mit der Gleitmethode (VON LOCHOW und SCHUSTER, 1961, S.5, Abb. 2).

(Piepho & Vo-Thanh, 2020)

MITSCHERLICH-Design

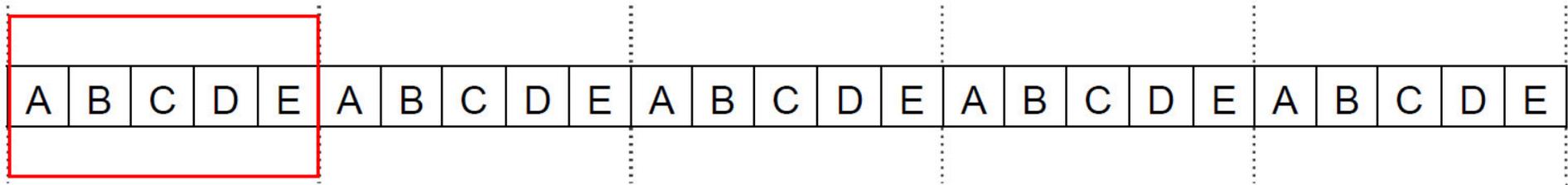


Abb. 1: Eine systematische Versuchsanlage (MITSCHERLICH-Anlage) mit fünf Behandlungen und fünf Wiederholungen für die Auswertung mit der Gleitmethode (VON LOCHOW und SCHUSTER, 1961, S.5, Abb. 2).

(Piepho & Vo-Thanh, 2020)

MITSCHERLICH-Design

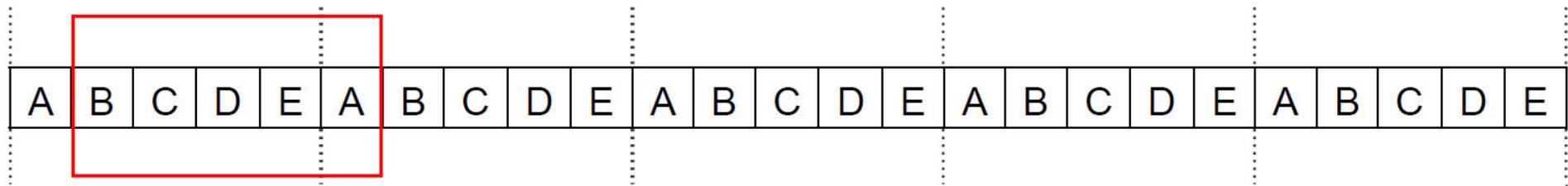


Abb. 1: Eine systematische Versuchsanlage (MITSCHERLICH-Anlage) mit fünf Behandlungen und fünf Wiederholungen für die Auswertung mit der Gleitmethode (VON LOCHOW und SCHUSTER, 1961, S.5, Abb. 2).

(Piepho & Vo-Thanh, 2020)

Das neue Anlageschema ist in Abbildung 1 dargestellt. Wie leicht zu erkennen ist, wird davon ausgegangen, daß beide zu

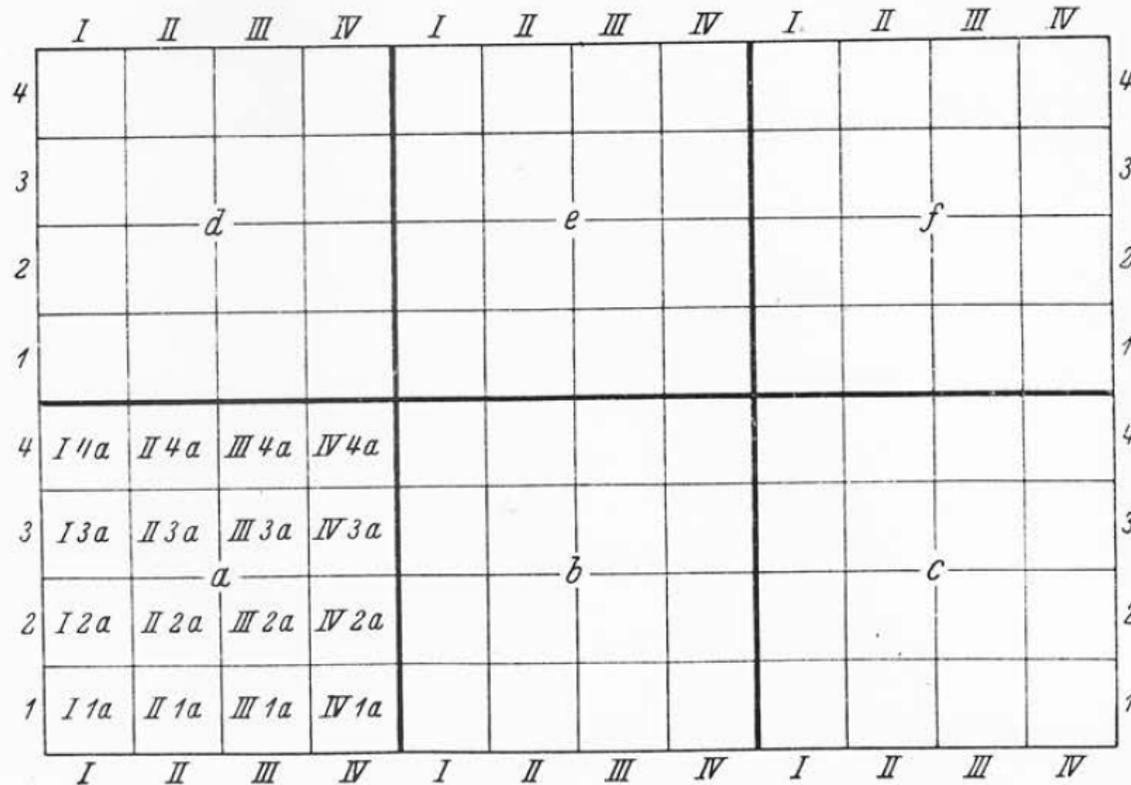


Abb. 1. Schema zur Ertragsflächenmethode.

kombinierenden Faktoren in gleicher Anzahl von Abstufungen vorkommen. Indessen verträgt das Versuchsprinzip mit Rücksicht auf die praktischen Bedürfnisse geringe Abweichungen von diesem Grenzfall. In der Abbildung sind die vier Abstufungen

(Boguslawski 1942)

Beispiel 1

Tab. 1. Rohdaten für Beispiel aus von LOCHOW & SCHUSTER (1961, S. 96–97) (erstes Beispiel). Winterraps; Teilstückerträge (in kg) bei 86 % Trockensubstanz; Teilstückgröße 20 qm.

| Parzelle (k) | Behandlung | Ertrag |
|--------------|------------|--------|
| 1 | A | 5.26 |
| 2 | B | 5.18 |
| 3 | C | 4.78 |
| 4 | D | 5.85 |
| 5 | E | 5.50 |
| 6 | A | 5.76 |
| 7 | B | 5.76 |
| 8 | C | 5.18 |
| 9 | D | 5.94 |
| 10 | E | 5.05 |
| 11 | A | 5.51 |
| 12 | B | 5.38 |
| 13 | C | 4.50 |
| 14 | D | 5.91 |
| 15 | E | 5.38 |
| 16 | A | 5.70 |
| 17 | B | 5.50 |
| 18 | C | 4.71 |
| 19 | D | 5.52 |
| 20 | E | 4.74 |
| 21 | A | 5.66 |
| 22 | B | 5.72 |
| 23 | C | 5.17 |
| 24 | D | 5.91 |
| 25 | E | 5.48 |
| 26 | A | 5.16 |
| 27 | B | 5.14 |
| 28 | C | 4.70 |
| 29 | D | 5.82 |
| 30 | E | 5.03 |

Ein geostatistisches Modell für die Gleitmethode von MITSCHERLICH

$$y_k = \mu + \sum_{j \in M_k} b_j + \tau_{i(k)} + e_k$$

M_k = Menge aller Indices j für diejenigen gleitenden Blöcke, welche der k -ten Parzelle zugeordnet sind

$i(k)$ = Index für die Behandlung, welche der k -ten Parzelle zugeordnet ist

$\tau_{i(k)}$ = Behandlungseffekt

e_k = Residualeffekt

(Piepho & Vo-Thanh 2020)

Varianzen

- Vollständige Blöcke mit v Behandlungen
- Jeder Parzelle sind v Blockeffekte zugeordnet
- Varianz eines Beobachtungswertes:

$$\text{var}(y_k) = v\sigma_b^2 + \sigma_e^2$$

Kovarianzen

- Zwei benachbarte Parzellen haben $v - 1$ Blockeffekte gemeinsam und daher eine Kovarianz von $(v - 1)\sigma_b^2$.
- Bei zwei Parzellenschritten beträgt die Kovarianz noch $(v - 2)\sigma_b^2$, usw.
- Im allgemeinen ist die Kovarianz gleich

$$\text{cov}(y_k, y_{k'}) = h_{k,k'} \sigma_b^2 \quad , \quad (k \neq k')$$

wobei

$$h_{k,k'} = \max(0, v - |k - k'|)$$

Beispiel 1: $v = 5$

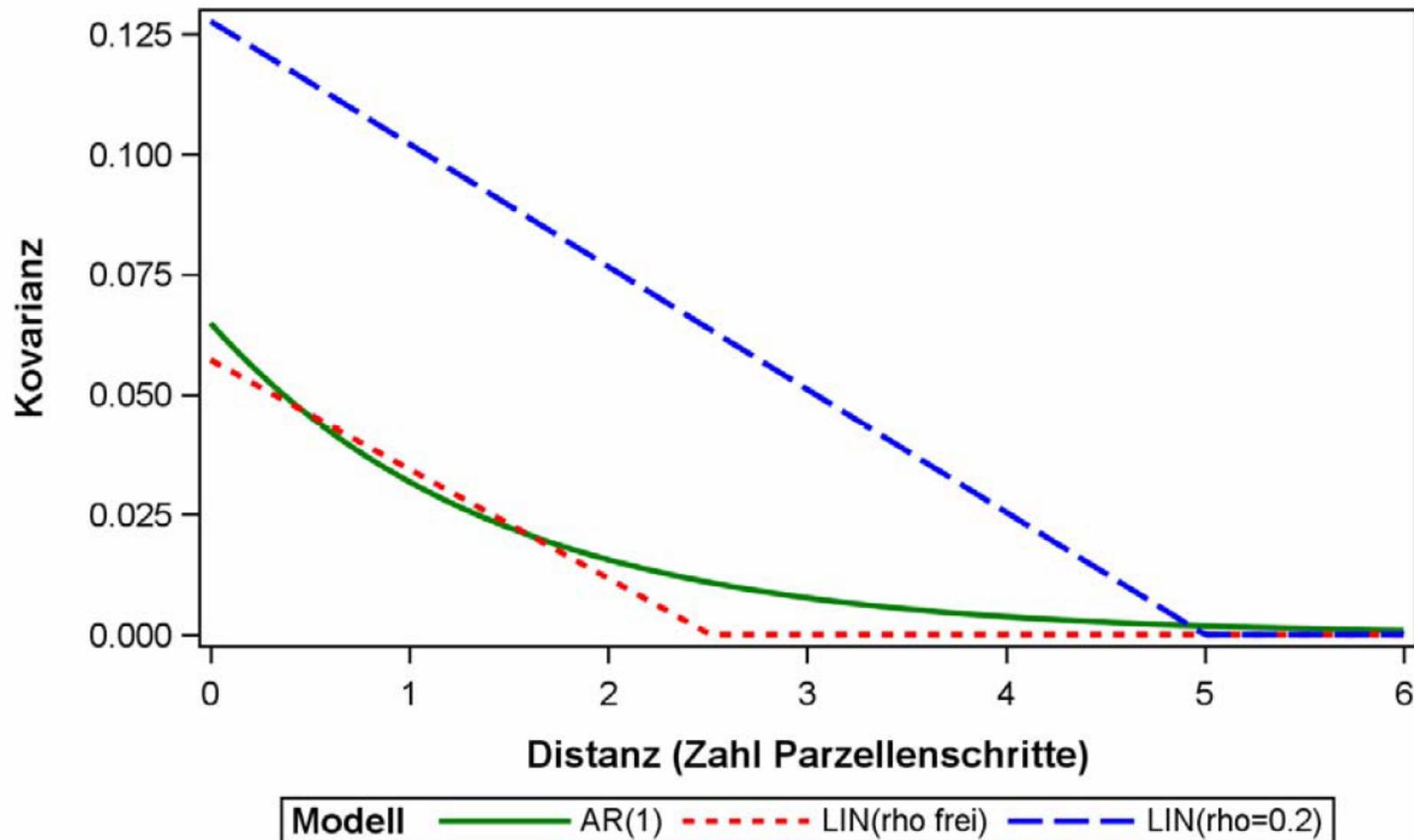


Abb. 2: Kovarianzfunktionen für drei geostatistische Modelle für das erste Beispiel (Parameterschätzwerte aus Tab. 2). LIN = lineares geostatistisches Modell (rho frei: ρ geschätzt mit der REML Methode; rho=0.2: Fixierung $\rho = 1/5$).

(Piepho & Vo-Thanh 2020)

Beispiel 2

| | | | | | | | | | | | |
|----|-----|------|-----|----|-----|------|-----|----|-----|------|-----|
| I4 | II4 | III4 | IV4 | I4 | II4 | III4 | IV4 | I4 | II4 | III4 | IV4 |
| I3 | II3 | III3 | IV3 | I3 | II3 | III3 | IV3 | I3 | II3 | III3 | IV3 |
| I2 | II2 | III2 | IV2 | I2 | II2 | III2 | IV2 | I2 | II2 | III2 | IV2 |
| I1 | II1 | III1 | IV1 | I1 | II1 | III1 | IV1 | I1 | II1 | III1 | IV1 |
| I4 | II4 | III4 | IV4 | I4 | II4 | III4 | IV4 | I4 | II4 | III4 | IV4 |
| I3 | II3 | III3 | IV3 | I3 | II3 | III3 | IV3 | I3 | II3 | III3 | IV3 |
| I2 | II2 | III2 | IV2 | I2 | II2 | III2 | IV2 | I2 | II2 | III2 | IV2 |
| I1 | II1 | III1 | IV1 | I1 | II1 | III1 | IV1 | I1 | II1 | III1 | IV1 |

Abb. 3: Anlageschema zur Ertragsflächenmethode von v. BOGUSLAWSKI (1942, Abb. 1).
 Faktor 1 hat die vier Stufen I-IV ($v_1 = 4$), Faktor 2 hat die vier Stufen 1-4 ($v_2 = 4$).

| | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.45 | 1.95 | 2.56 | 1.81 | 1.41 | 2.21 | 2.84 | 1.74 | 1.41 | 2.37 | 3.00 | 2.29 |
| 1.81 | 1.89 | 1.86 | 1.84 | 1.93 | 1.93 | 2.21 | 2.54 | 1.48 | 2.11 | 2.16 | 2.21 |
| 1.40 | 1.85 | 1.90 | 1.82 | 1.45 | 1.70 | 1.91 | 1.75 | 1.50 | 2.11 | 1.75 | 1.70 |
| 1.46 | 1.35 | 1.86 | 1.65 | 1.13 | 1.20 | 1.76 | 1.40 | 1.21 | 1.70 | 1.96 | 1.75 |
| 1.56 | 1.60 | 2.05 | 2.25 | 1.73 | 1.70 | 2.40 | 1.80 | 2.13 | 1.85 | 2.57 | 1.90 |
| 1.76 | 1.75 | 1.46 | 1.74 | 1.77 | 1.85 | 1.51 | 1.94 | 1.86 | 2.04 | 1.96 | 2.24 |
| 1.56 | 2.11 | 1.60 | 1.75 | 1.61 | 2.51 | 2.09 | 1.95 | 1.48 | 2.36 | 2.19 | 1.95 |
| 1.16 | 1.22 | 1.32 | 1.65 | 1.06 | 1.50 | 1.56 | 1.80 | 1.46 | 1.45 | 1.46 | 1.65 |

Abb. 4: Beispiel eines Mohnversuchs (1940) zur Ertragsflächenmethode von V. BOGUSLAWSKI (1942, Abb. 2) (zweites Beispiel). Die Behandlungen entsprechen der Struktur in Abb. 2. Kornerträge bei 92% Trockensubstanz in kg/Teilstück; Teilstückgröße 4 m × 4 m = 16 qm.

Tab. 5: Parameterschätzwerte (REML) für das lineare geostatistische Modell in Gleichung (13) sowie gängige Alternativen für das zweite Beispiel.

| Parameter/ Statistik | LIN ^a | AR(1) ^b | AR(1)⊗ AR(1) ^c | Blockanlage ^d | Unabhängige Fehler ^e |
|-------------------------------|------------------|--------------------|---------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| σ_s^2 (σ_b^2) | 0.000447 | 0.05414 | 0.05409 | 0.006154 | - |
| ρ (ρ_r / ρ_c) | 0.2500 | 0.1995 | 0.1794/0.2432 | - | - |
| σ_e^2 | 0.04595 | 0 | 0 | 0.04811 | 0.05427 |
| Devianz | 19.3 | 16.7 | 15.6 | 18.5 | 22.6 |
| AIC | 23.3 | 20.7 | 21.6 | 22.5 | 24.6 |

a Kovarianz-Struktur in Gleichung (13).

b $\text{cov}(y_{rc}, y_{r'c'}) = \rho^{\sqrt{(r-r')^2 + (c-c')^2}} \sigma_b^2$ (PIEPHO et al., 2015; SCHABENBERGER und GOTWAY, 2005)

c $\text{cov}(y_{rc}, y_{r'c'}) = \rho_1^{|r-r'|} \rho_2^{|c-c'|} \sigma_b^2$ (GILMOUR et al., 1997)

d Modell mit sechs disjunkten vollständigen Blöcken mit unabhängigem zufälligem Effekt.

e Modell mit ausschließlich einem unabhängigen Parzellenfehler.

(Piepho & Vo-Thanh, 2020)

Neues Design für Beispiel 2

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 6 | 4 | 15 | 7 | 6 | 9 | 15 | 12 | 13 | 14 | 15 | 12 |
| 10 | 14 | 3 | 16 | 10 | 14 | 3 | 16 | 10 | 1 | 3 | 16 |
| 13 | 9 | 2 | 8 | 13 | 4 | 11 | 7 | 5 | 9 | 2 | 8 |
| 5 | 1 | 11 | 12 | 5 | 1 | 2 | 8 | 6 | 4 | 11 | 7 |
| 6 | 4 | 15 | 7 | 6 | 9 | 15 | 12 | 13 | 14 | 15 | 12 |
| 3 | 14 | 16 | 10 | 3 | 14 | 16 | 10 | 3 | 1 | 16 | 10 |
| 13 | 9 | 2 | 8 | 13 | 4 | 11 | 7 | 5 | 9 | 2 | 8 |
| 5 | 1 | 11 | 12 | 5 | 1 | 2 | 8 | 6 | 4 | 11 | 7 |

(Piepho & Vo-Thanh 2020)

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 6 | 4 | 15 | 7 | 6 | 9 | 15 | 12 | 13 | 14 | 15 | 12 |
| 10 | 14 | 3 | 16 | 10 | 14 | 3 | 16 | 10 | 1 | 3 | 16 |
| 13 | 9 | 2 | 8 | 13 | 4 | 11 | 7 | 5 | 9 | 2 | 8 |
| 5 | 1 | 11 | 12 | 5 | 1 | 2 | 8 | 6 | 4 | 11 | 7 |
| 6 | 4 | 15 | 7 | 6 | 9 | 15 | 12 | 13 | 14 | 15 | 12 |
| 3 | 14 | 16 | 10 | 3 | 14 | 16 | 10 | 3 | 1 | 16 | 10 |
| 13 | 9 | 2 | 8 | 13 | 4 | 11 | 7 | 5 | 9 | 2 | 8 |
| 5 | 1 | 11 | 12 | 5 | 1 | 2 | 8 | 6 | 4 | 11 | 7 |

(Piepho & Vo-Thanh 2020)

Fazit

- Gleitmethode von MITSCHERLICH impliziert eine geostatistische Kovarianzstruktur (Lineare Varianz - LV)
- Das kann zwei-dimensional erweitert werden (Boguslawski 1942)
- Erzeugung eines optimalen Designs mit dieser Kovarianzstruktur liefert ein Design mit ähnlichen Eigenschaften wie Das von MITSCHERLICH und von VON BOGUSLAWSKI

Literatur

JLU Giessen, 2015: Lehr- und Forschungsstation Gießen „Weilburger Grenze“. Institut für Pflanzenbau & Pflanzenzüchtung I, Landwirtschaftliche Lehr- und Forschungseinrichtungen (LFE), Fachbereich „Agrarwissenschaften, Ökotoxikologie und Umweltmanagement“, Justus Liebig Universität Giessen.

Macholdt, J., Piepho, H.P., Honermeier, B., 2019a: Long-term impact of sub-optimal and optimal nutrient supply on grain yield and yield stability of winter wheat. *European Journal of Agronomy* **102**, 14-22.

Macholdt, J., Piepho, H.P., Honermeier, B., 2019b: Does fertilization impact production risk and yield stability across an entire crop rotation? Insights from a long-term experiment. *Field Crops Research* **238**, 82-92.

Mitscherlich, E.A., 1919: Vorschriften zur Anstellung von Feldversuchen in der landwirtschaftlichen Praxis. Verlag Paul Parey Berlin 1919; 2. Aufl. 1925.

Piepho, H.P, Vo-Thanh, N., 2020: Die Gleitmethode nach Mitscherlich und was sie mit Geostatistik zu tun hat. *Journal für Kulturpflanzen* **72**, 41-54.

von Boguslawski, E., 1942: Die "Ertragsflächenmethode" zur gegenseitigen Abstufung von zwei Untersuchungsfaktoren im Feldversuch. *Pflanzenbau* **18**, 129-149.