

# Bayesianische Modellierung zur simultanen Schätzung und Gewichtung von Wachstumsfunktionen

Holger Sennhenn-Reulen, Nordwestdeutsche Forstliche Versuchsanstalt

Die quantitative Beschreibung von Zusammenhängen der Größen von Baumorganen, Einzelbäumen, oder aber auch ganzer Waldbestände, ist eine der Kernaufgaben der Waldwachstumsmodellierung. Die Beziehung von Stammdurchmesser und Baumhöhe auf Einzelbaumbasis ist hierfür ein in der Anwendung sehr wichtiges Beispiel. Durch eine möglichst präzise mathematische Beschreibung mittels nichtlinearer parametrischer Wachstumsfunktionen können dabei beispielsweise fehlende Baumhöhenmessungen ersetzt werden. Bei der Ausführung solcher Modellierungsaufgaben ist es gängige Praxis, eine Auswahl an Kandidaten von biologisch plausiblen Wachstumsfunktionen zu treffen. Die Definitionen dieser Wachstumsfunktionen beruhen auf verschiedenen allometrischen Grundsätzen, und es ist unklar, welcher dieser Grundsätze im jeweiligen Anwendungsfall ausschlaggebend ist. Im nächsten Schritt wird dann diejenige Funktion ausgewählt – etwa über das Kriterium einer minimalen Residualstreuung –, die empirisch 'am besten zu den Daten passt'. Dabei wird eine Entscheidung für nur eine – nach diesem Kriterium zu favorisierende – Funktion getroffen, jedoch vernachlässigt, dass die jeweils ausscheidenden Funktionen 'gar nicht so viel schlechter abschneiden', und unter Umständen andere allometrische Teilaspekte besser abbilden können. Dies führt dazu, dass im Weiteren in der Inferenzaussage zu wesentlichen Charakteristika der gewählten Funktion, wie etwa dem Kulminationspunkt des Wachstums, außer Acht gelassen wird, dass durch die vorangestellte Modellselektion Aussagen zur Unsicherheit dieser Größen über-optimistisch ausfallen. Als Lösungsvorschlag wird auf einen geradlinigen Ansatz eingegangen, wie man statt der Selektion einer einzelnen Wachstumsfunktion eine gewichtete Kombination von Wachstumsfunktionen simultan mit der Schätzung der Parameter der Wachstumsfunktionen, und damit eine flexiblere Anpassung erzielen kann. In Anlehnung an die Verfahren zum model weighting lassen sich dadurch Inferenzaussagen treffen, die die Unsicherheit bezüglich der Modellwahl miteinbeziehen. Durch die Umsetzung mittels der Bayesianischen probabilistischen Programmiersprache Stan ist weiterhin eine größere Flexibilität in der Wahl der Verteilung der Zielgröße möglich, was im obigen Anwendungsbeispiel ein wertvolles Werkzeug zur realistischeren Ersetzung fehlender Baumhöhen bietet. Veranschaulicht wird diese Methodik anhand frei verfügbarer Daten zum Wachstum von Waldkiefern (*Pinus sylvestris*).