Begleitende räumliche Informationen für Entscheidungen, die auf imperfekten Messverfahren basieren

Andreas Fröhlich

Friedrich-Loeffler-Institut, Institute of Epidemiology Greifswald-Insel Riems, Germany

IBS-DR Biometry Workshop 07.10. - 09.10.2015, Würzburg





Inhaltsübersicht

Der betrachteter Gegenstand

- Messergebnisse und
- eine assoziierte Sicherheit zu einer Entscheidung/Aussage auf Basis des Messergebnisses über einen unabhängig existierenden Zustand

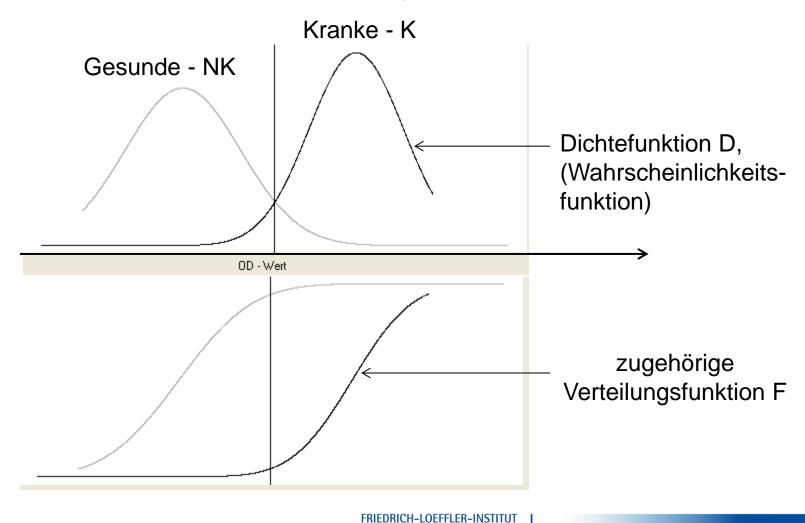
mit folgenden Fragestellungen und Problemen:

- Welche wesentlichen Entwicklungsfortschritte haben (diagnostische) Messmethoden jüngst erfahren?
- Skalen und deren natürlicher Bezug
 - (Sind (mehrere) Skalen sinnvoll?)
- Der Zusammenhang zwischen Charakteristiken von Messwertverteilungen und Informationen
 - Gleichverteilung vs. lokaler Häufung von Messwerten
- Eine fundamentale Voraussetzung und deren Konsequenz
 - ein Zusammenhang aus informeller Messwertverteilung und der Sicherheit einer Entscheidung/Aussage/Information





Theoretische Darstellungen Dichten und Verteilungsfunktionen







Der Zusammenhang zwischen Messwertverteilung und Information

• Im Folgenden betrachtete Gegenstände

- Messwertverteilung (Verteilungsfunktion) von sich überlagernden Zuständen (Formen von zusammengesetzten Verteilungsfunktion, die differierende Informationen enthalten)
- Können überlagerte Zustände an Hand von Messwertverteilungen erkannt werden?



Linearkombinationen aus Verteilungsfunktionen und deren Assoziation mit der Prävalenzskala

Prävalenz =

Anteil Kranker p an einer Population P

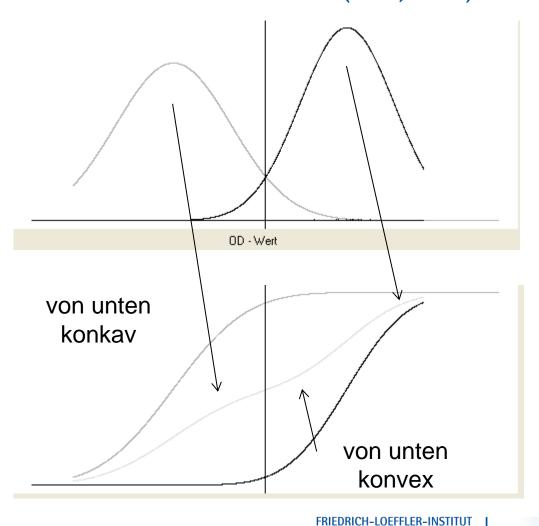
-> dann ist der Anteil der Gesunden (1-p) und hinsichtlich der Verteilungsfunktion ergibt sich

$$p^*F_K + (1-p)^*F_{NK} = F_{p_i}$$
 wobei

 F_p - die Verteilungsfunktion der beobachteten Messwerte ist. (F_p - ist ein Skalenwert (entspricht p, der Prävalenz) der Skala, die sich aus allen möglichen Linearkombinationen mit p aus [0, 1] zusammensetzt)



Theoretische Darstellung Messwertanteile (0.5; 0.5)

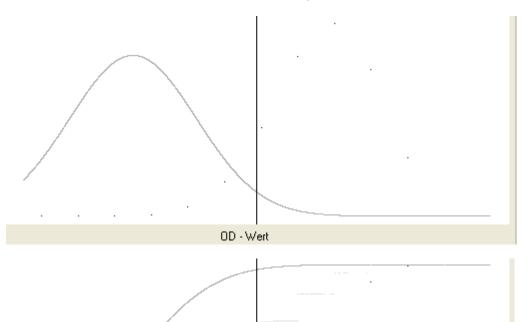






Theoretische Darstellung Zerlegungsanteile der Messwerte (0.5; 0.5)

30.000 simulierte Messungen



NK: dunkelgrau, normalverteilt (2.5; 3.0)

K: schwarz, verallg.binomialverteilt (10.4; 0.74)

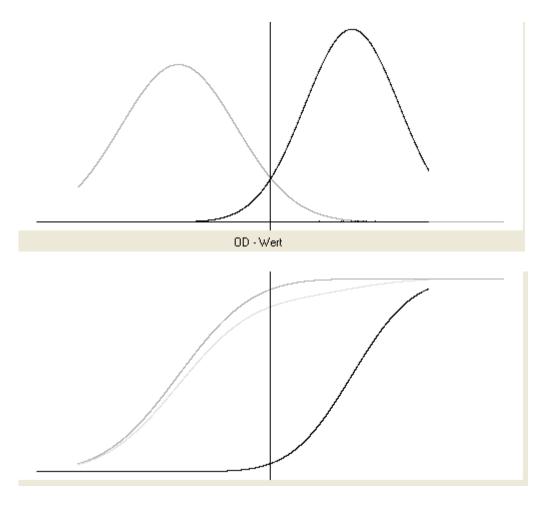
Logischer Hintergrund:

Binomialverteilung steht für eine ordinale Skalierung





Theoretische Darstellung Zerlegungsanteile der Messwerte (0.9; 0.1)



FRIEDRICH-LOEFFLER-INSTITUT





Eine fundamentale Voraussetzung und deren Konsequenzen

 Echte Messmethoden werden zur Differenzierung von Zuständen entwickelt, d.h.

 die den objektiven Zuständen zugeordneten Messwertmengen sollten nicht identisch sein



Ein wahrscheinlichkeitstheoretisches Postulat als Grundlage der (diagnostischen) Interpretation nativer Messwerte

"Desto weiter ein Messwert vom cut-off entfernt ist, um so geringer der Zweifel am Wahrheitsgehalt der aus dem Messwert abgeleiteten Entscheidung"

Folgerung aus diesem Postulat:

jeder Entscheidung (zweiwertige Logik als Modell) besitzt hinsichtlich ihres Wahrheitsgehaltes eine Wahrscheinlichkeit -

... etwas präziser ...

-> nur relativ zur jeweiligen Betrachtungsposition (gesund vs. krank) existieren bedingte Wahrscheinlichkeiten (des Wahrheitsgehaltes) der Zugehörigkeit des Messwertes zur jeweiligen Teilmenge

die Wahrheit in Abhängigkeit von einem Messwert existiert nicht! Zumindest ist eine Betrachtung der Realität im Zusammenhang mit der Messprozedur notwendig (= eine Grundannahme der Quantenmechanik).





Endliche Mengen aus Messwerten

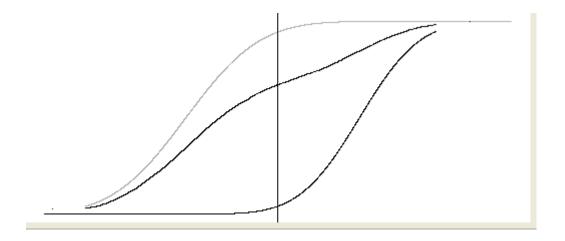
Empirische Verteilungsfunktionen zu endlichen Mengen aus Messwerten, die gegebenen Verteilungen folgen





Verteilungsfunktion theoretisch vs. empirisch

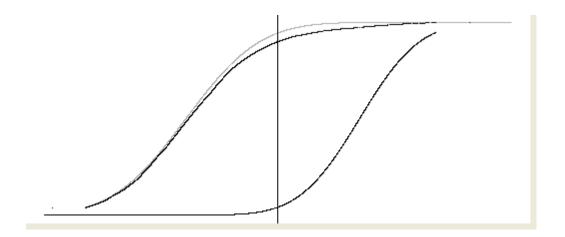
Prävalenz = 30%; 10000 zufällige (simulierte) Messungen





Verteilungsfunktion theoretisch vs. empirisch

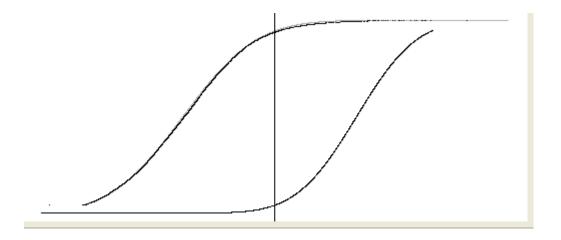
Prävalenz = 5%; 10000 zufällige (simulierte) Messungen





Verteilungsfunktion theoretisch vs. empirisch

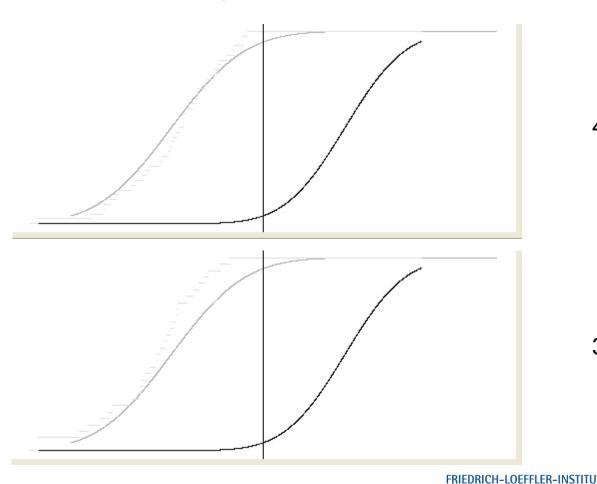
Prävalenz = 1%; 10000 zufällige (simulierte) Messungen





Verteilungsfunktion theoretisch vs. empirisch

Empirische Verteilungsfunktion zu einer Stichprobe aus der Teilmenge NK



40 Messungen

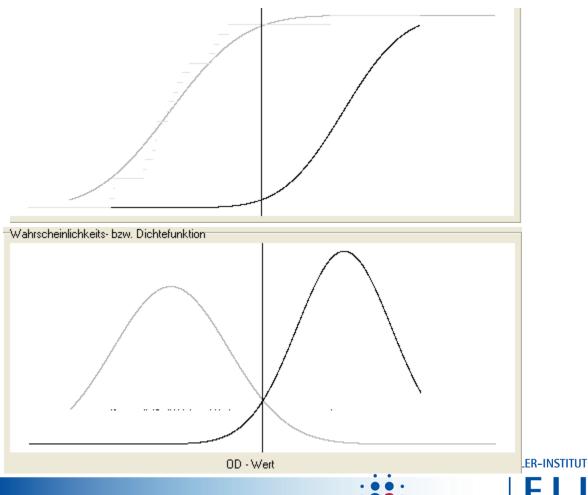
30 Messungen





Stochastische Probleme

20 zufällige Messungen; Prävalenz p=0

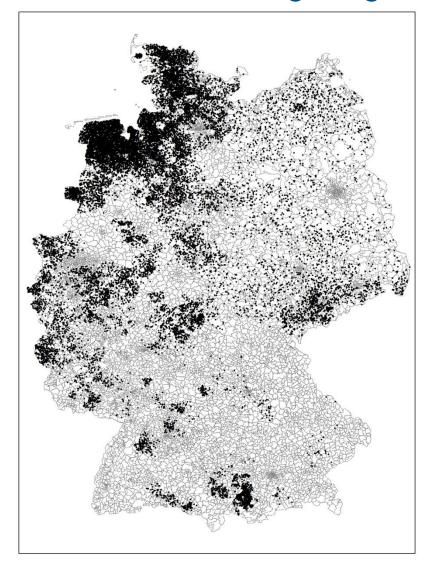


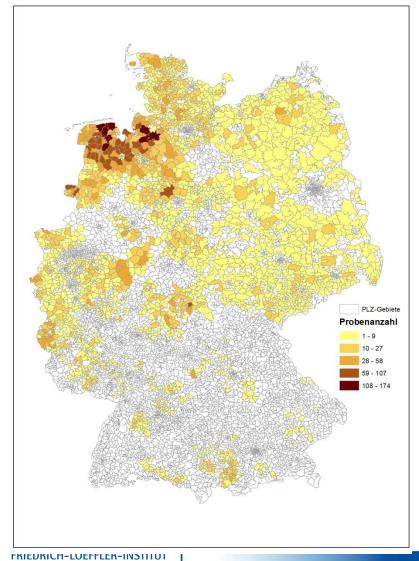
Leberegeldetektion bei Rindern in Deutschland

- Untersuchung von Tankmilch auf Leberegelantikörper mit Hilfe eines ELISAs
- Die Stichprobe umfasst ca. 20,000 bundesweit zufällig verteilte ELISA-Messwerte,
- die räumlich nach der Postleitzahl lokalisiert werden können
- Proben mit einem ELISA-Messwert von mindestens 0.8 wurden als positiv deklariert (= wie auch immer begründeter "Cut-off")



Räumliche Verteilung der gemessenen (untersuchten) Farmen

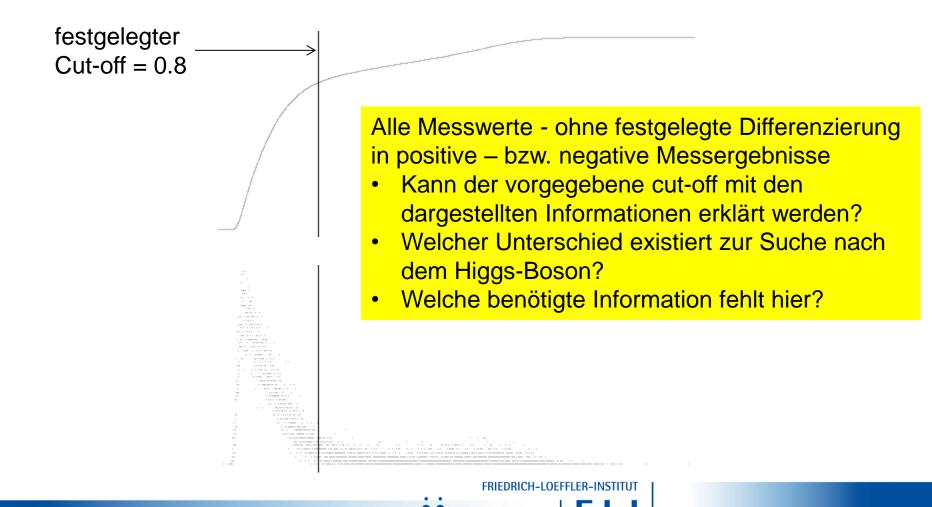








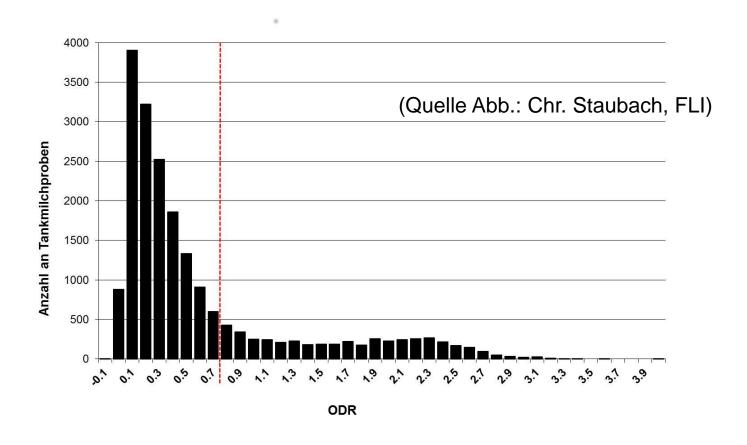
Verteilung und Dichte der OD Messwertmenge der Stichprobe



since 1910

Bundesforschungsinstitut für Tiergesundheit Federal Research Institute for Animal Health

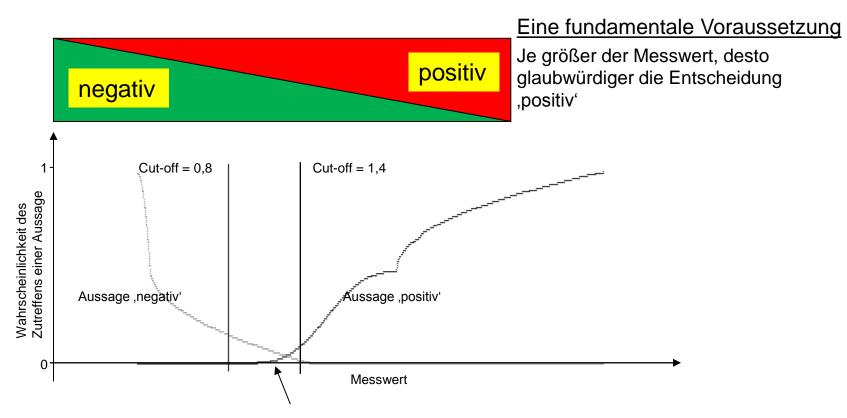
Absolute Häufigkeitsverteilung der OD-Messwerte (Histogramm)







Glaubwürdigkeit einer unabhängigen Entscheidung in Abhängigkeit vom Messwert



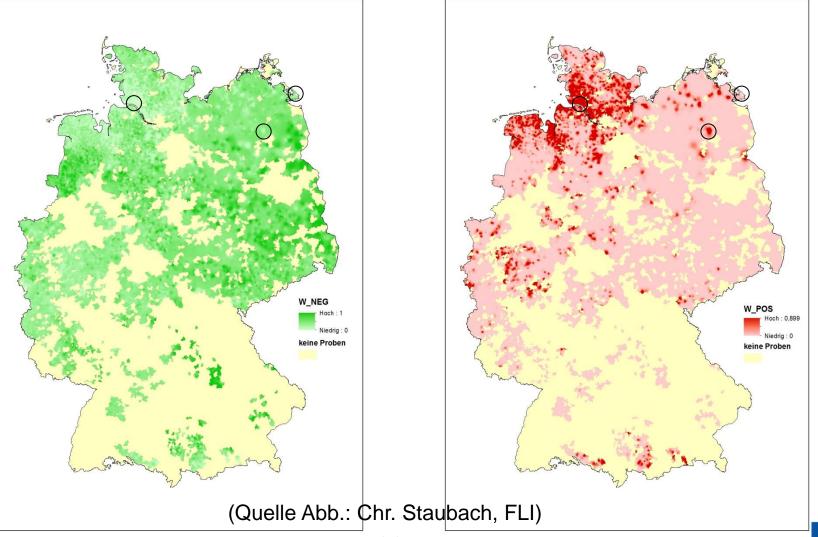
1,18 = Optimaler Cut-off unter den Bedingungen ,minimaler Fehlklassifikation' (4% Fehklassifikationsrate) und zur Prävalenz von 50%; (im Vergleich beträgt die Fehlklassifikationsrate bei Cut-off=0,8 7,85%)

1,49 = Optimaler Cut-off unter den Bedingungen "minimaler Fehlklassifikation" (maximal 3,3% Fehklassifikationsrate) und zur Prävalenz < 24%; (im Vergleich beträgt die Fehlklassifikationsrate bei Cut-off=0,8 mind. 11,8% bis 15,7% für gegen Null fallende Prävalenz)





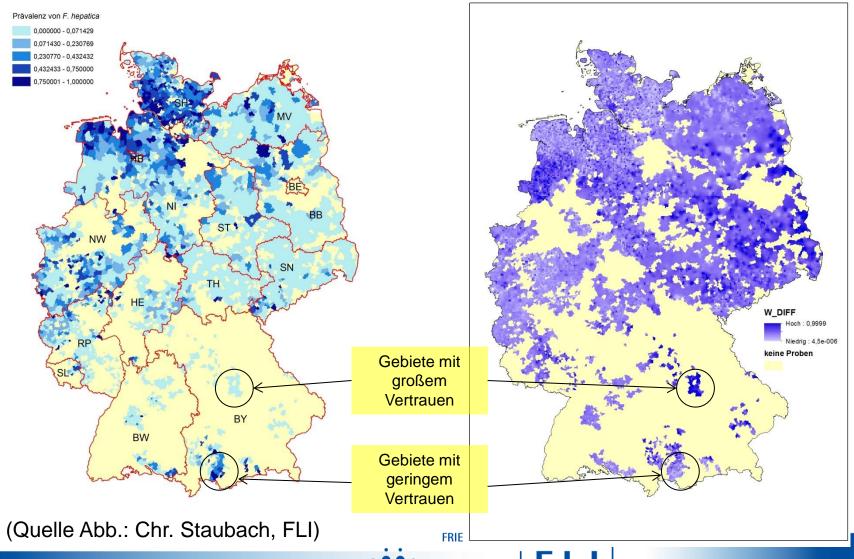
Konfidenz der lokalisierten Messwert-Aussagen ,neg. 'vs. ,pos. '







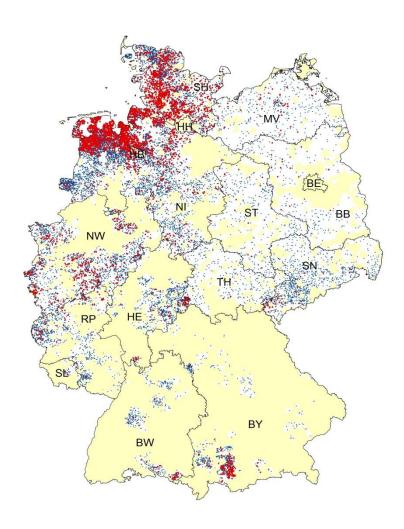
Geglättete lokale Prävalenzschätzung vs. Vertrauen



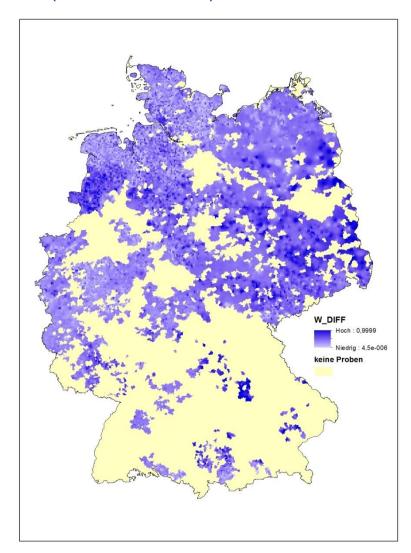




Lokale Entscheidung nach Messergebnis (Cut-off=0.8) vs. Vertrauen



(Quelle Abb.: Chr. Staubach, FLI)







Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit





Hier beginnt der Zusatzteil

Der Untergang/die Auferstehung einer Information





Eine Hypothese und eine hiermit zusammenhängende essentielle Fragestellung (der Epidemiologie)

Hypothese (zu nachfolgender Fragestellung):

"Jede Prävalenz p(t) liefert bzgl. einer fixierten Messmethode (ELISA, PCR, ...) eine (eindeutig) zugeordnete

Verteilung der Menge aus individuellen Messwerten."

Essentielle Frage (der Epidemiologie, der (Quanten) Physik, ...):

Lässt eine bestimmte Messwertverteilung einen Rückschluss auf die Prävalenz p(t) zu?





Die Antwort

Die korrekte allgemeine Antwort lautet:

Im Allgemeinen nein!

Was wird zusätzlich benötigt, so dass aus dem 'im Allgemeinen nein' ein möglichst allgemeines

,im Speziellen ja' wird?



Messwertmengen unbekannter Zerlegung

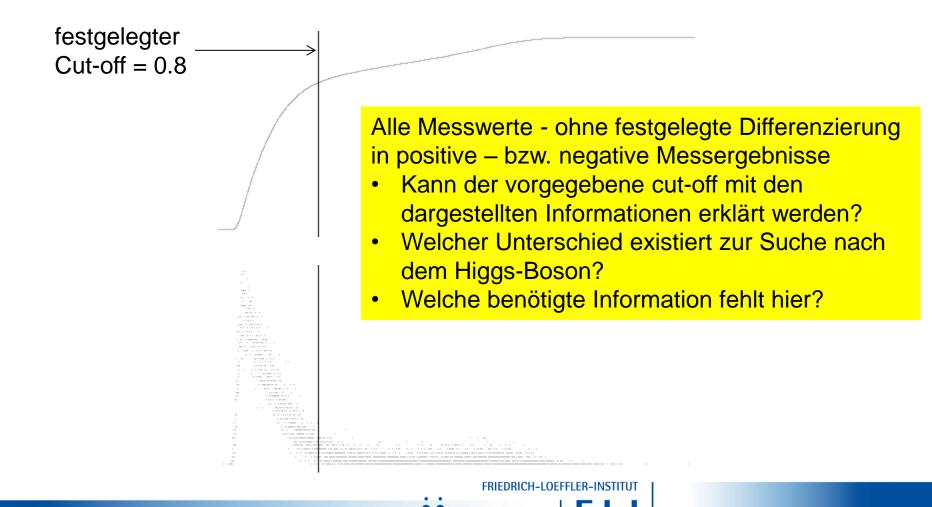
- Hinsichtlich einer Messwertmenge bzgl. eines Merkmals wird nach der Existenz einer bestimmten Grundgesamtheit gesucht
 - (z.B.: Higgs-Boson versteckt im Grundrauschen, Kranke verteilt in der Population, ...)

Wie identifiziere ich die Existenz zweier oder mehrerer Informationen





Verteilung und Dichte der OD Messwertmenge der Stichprobe



since 1910

Bundesforschungsinstitut für Tiergesundheit Federal Research Institute for Animal Health

Messwertmengen mit mehreren sich unterscheidenden kollektiven Informationen

Wie finde ich Informationen in einer Messwertmenge?

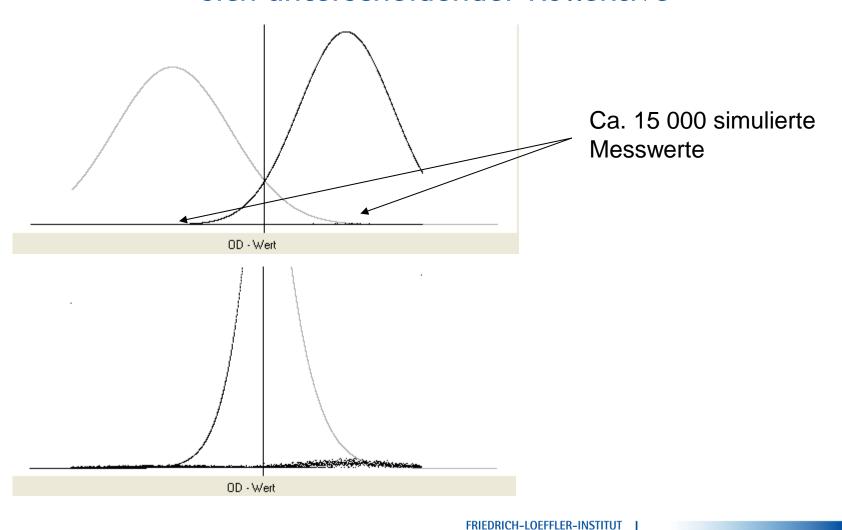
Zunächst soll eine Vorstellung darüber generiert werden, wie Dichten und Verteilungsfunktionen von Messwertmengen mit überlagernden Informationen aussehen

Einige Beispiele



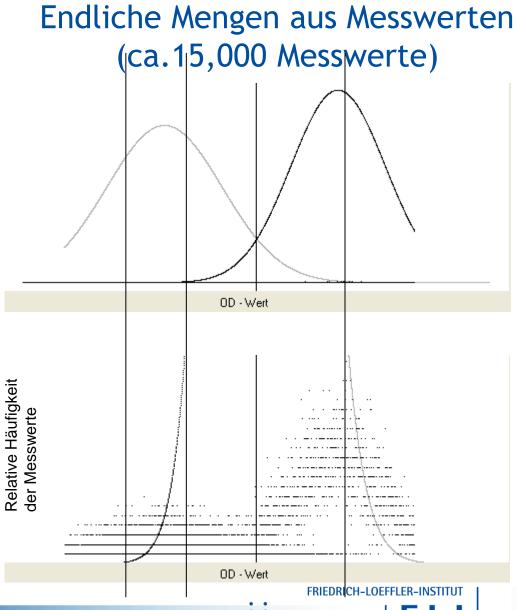


Endliche Mengen aus Messwerten sich unterscheidender Kollektive





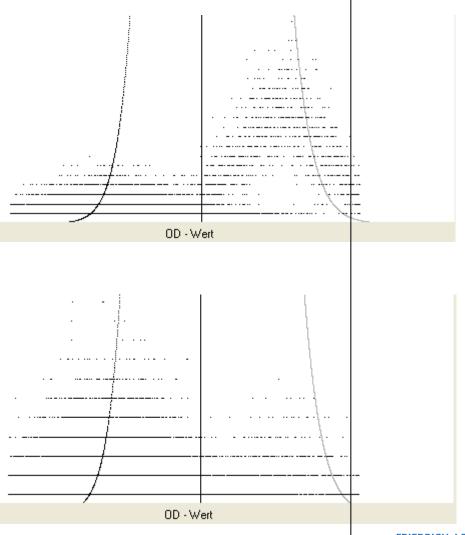








Der ,Untergang', einer Information



Bei vorgegebenen:

50% Prävalenz

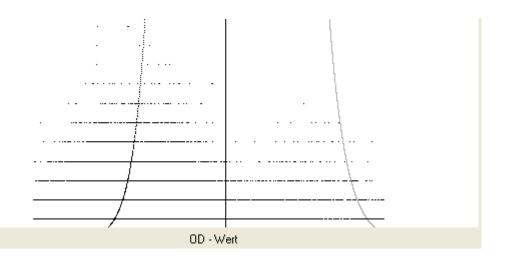
10% Prävalenz

FRIEDRICH-LOEFFLER-INSTITUT

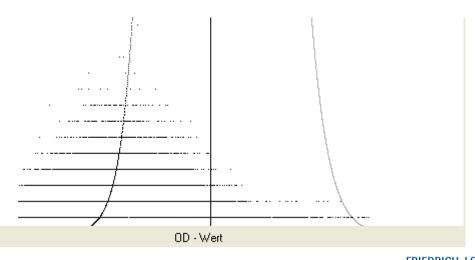




Der ,Untergang' einer Information



10% Prävalenz



1% Prävalenz





Schlussfolgerung: Skalen bilden die Grundlage für die Bewertung eins Messwertes

Aus einer Menge aus Messwerten, die u.a. auch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit mit einer Klassenzugehörigkeit assoziiert sein können, ist es grundsätzlich nicht möglich eine quantitative Bestimmung dieser Assoziation vorzunehmen.

Es ist unmöglich (diagnostische) Messmethoden ohne die Existenz eines experimentellen Goldstandards zu charakterisieren!



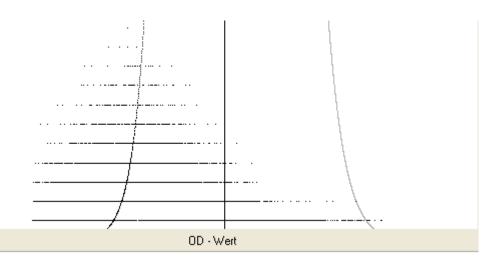


Weitere Betrachtungen

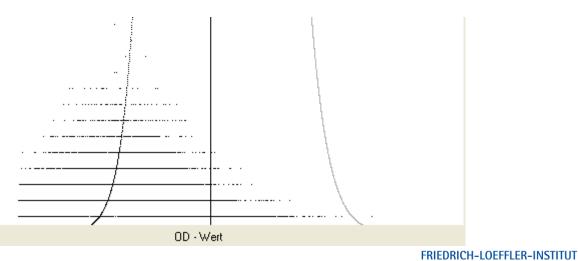
- (statistisch) signifikante Unterschiede differierender Informationen
- Simulationsexperimente und deren gigantischen Fehler im Bereich seltener Ereignisse
- Beispiele und Vergleiche von in Messwertmengen enthaltenen differierenden Informationen



Signifikante Unterscheidung?



1% Prävalenz



0% Prävalenz





Die Tücken einer Simulationen

Mit korrekter Simulation ergibt sich folgender maximaler Fehler aus dem Zahlendarstellungsbereich 0... 108 des Zufallszahlengenerators

und

Max. Genauigkeit von Gleitkommazahlen mit ca. 15 Dezimalen in Skalenbereichen von ±10⁻¹²⁸ bis ±10¹²⁸

-> es liegt keine gleichmäßige Genauigkeit für den Zahlenbereich vor





Bemerkung zur Fixierung eines Cut-offs

Die Festlegung ist rein willkürlich

Die Festlegung hat jedoch bzgl. der Ergebnisinterpretation 'positiv' vs. 'negativ' Konsequenzen, nämlich hinsichtlich der Leistungsfähigkeit der Messmethode:

- Sensitivität
- Spezifität sind von der cut-off Wahl abhängig.



Der (nicht unbedingt notwendige) lange Weg Vom Messwert zur Entscheidung

Die Messmethode

Validierung der Messmethode

Der kompromissreiche und unnötige Versuch des Auffindens eines generalisierten Cut-offs

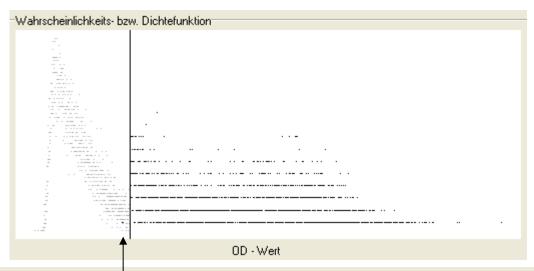
Unnötige Klassifikation von Messergebnissen in Bezug auf die Lage zum Cut-off; bei Zweifeln mit Nachuntersuchungsaufwand

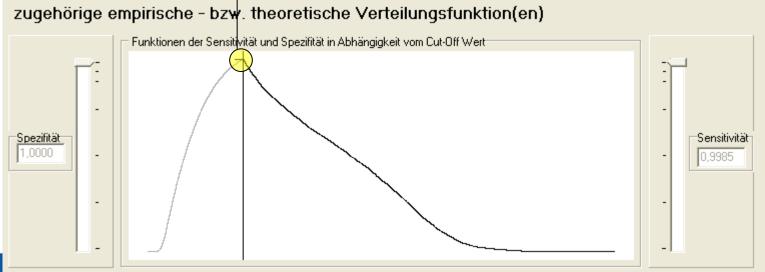
- klassisch, dogmatisch: Die geforderte qualitative Entscheidung mit eingeschränkter Interpretationsmöglichkeit: -> generalisierter prädiktiver Wert
- fortschrittlich, probabilistisch, dem tatsächlichen Charakter der Aussagen entsprechend: Unter Verwendung der Validationsprozedur zur Messmethode: Quantitative Abstände zu den wahren Klassen: -> individuelle prädiktive Werte





Ein ,falscher' Cut-off? (Richtiger ,ein willkürlicher Cut-off'!)







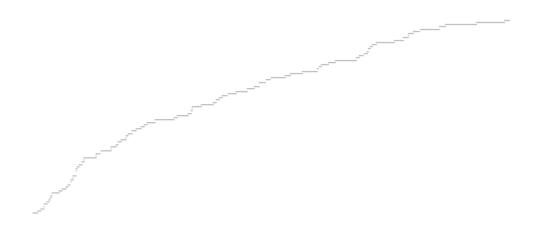
Tankmilch Leberegeldetektion (Prediktionswerte nach einer Modellvorstellung)







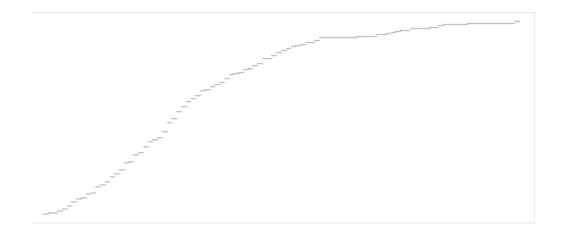
Verteilung von (einigen wenigen) OD-Werten einer ELISA-Platte







NC-disease (alle Messungen) ohne Klassifikationskenntnisse



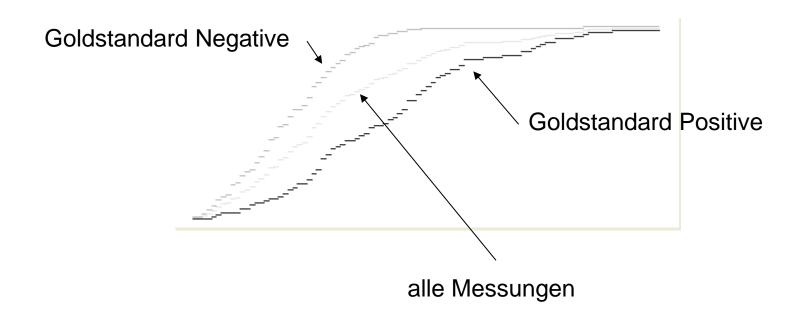
Lässt sich ein fachlich begründeter cut-off ableiten?





NC-disease (195 Messungen) mit Klassifikationskenntnissen

p=0.4769; (93 Goldstandard-Positive)







Rechenhilfen: Zu geforderten Bedingungen an die diag. Methode

- ... minimale Fehlklassifikation im Prävalenzbereich 4% bis 10%
- -> cut-off 0.485; (Se=0.33; Sp=0.99)

Wahrscheinlichkeiten der Fehlklassifikationen			
- zur Pr	ävalenz 0,1	insgesamt: 0,07549	020
- bezüglich der Gesamtpopulation, wobei folgende - Anteile auf die disjunkten Teilpopulationen entfallen: wahr-Negative wahr-Positive			
	0,008824	0,066667	
- minimal mögliche Fehlklassifikationsrate zum Cut-off: 0,0754902 zum mittleren 0,485 Cut-off			

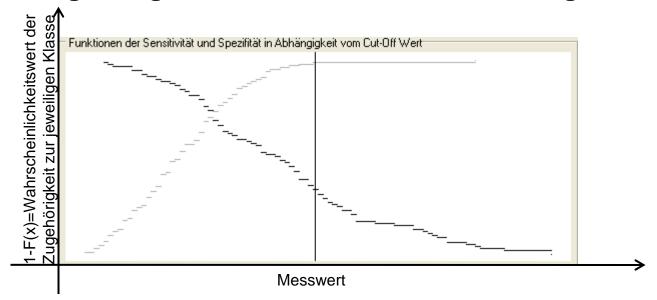




Die Skalen der Zugehörigkeit zu den wahr Negativen bzw. wahr Positiven

Jedem Messwert werden auf beiden Skalen die Wahrscheinlichkeitswerte (= individuelle prädiktive Werte) Sp(Messwert) und Se(Messwert),

- der Zugehörigkeit zur Klasse der Negativen bzw.
- der Zugehörigkeit zur Klasse der Positiven zugeordnet

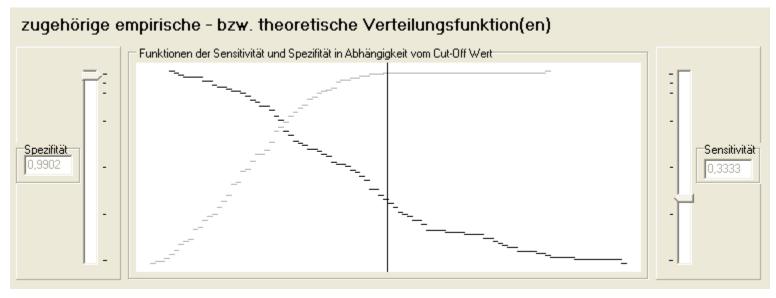


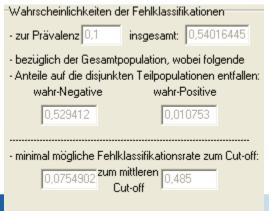
Skalen generiert aus 93 Goldstandard Positiven und 102 Goldstandard Negativen





Rechenhilfen: Zur Prävalenz von 4% bis 10% ist ein Cut-off gesucht, so dass der Anteil der Fehlklassifikation minimal ist



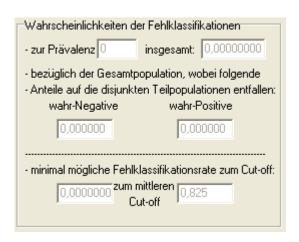


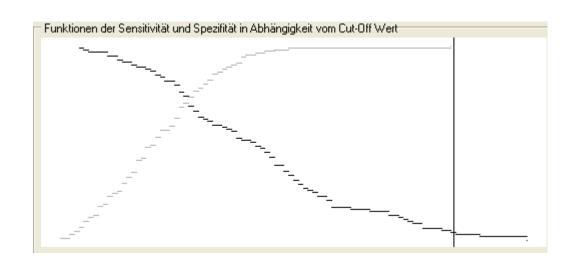
since 1910

Eine andere Forderung an die diag. Methode

... minimale Fehlklassifikation im Prävalenzbereich unterhalb von 4%

-> cut-off=0.825; (Se=0.043; Sp=1.0)









Sinnhaftigkeit der Forderung

Detektion einer Prävalenz von mind. 4% einer unendlichen Population zum Sicherheitsniveau von 95% erfordert mit diesem cut-off eine Stichprobenmenge von mind. 1741 zufällig ausgewählten Proben.

Für eine Population, die 1000 Individuen umfasst, ist die gestellte Aufgabe nicht lösbar.

Werden alle 1000 Individuen beprobt, dann kann eine Prävalenz von 4 % höchstens zur Sicherheit von 82,76% erkannt werden.





Welche Forderungen sind aus bestimmten Blickwinkeln sinnvoll?

Aus angestrebter erkenntnistheoretischer Sicht:

Werden minimale Zielkriterien benannt, die die Mindestgüte der diag. Methode bestimmt

-> es wird ein Werkzeug benötigt, mit dem man unkompliziert die Güte von dig. Methoden abschätzen kann

Aus fachlich-technischer Sicht:

Maximal zulässiger Anteil von Fehlklassifikationen

- auf der Menge der wahr Negativen (1-Sp), sowie
- auf der Menge der wahr Positiven (1-Se)

Zur ökonomischen Abschätzung eines Mehraufwandes im Vergleich zur perfekten Messmethode.

-> es wird ein Werkzeug benötigt, mit dem man unkompliziert Stichprobenumfänge für dig. Methoden mit bekannter Güte abschätzen kann, um einen Mindestaufwand abschätzen zu können

Aus der Sicht praktischer Gegebenheiten unter der Bedingung der Anwendung der diag. Methode:

Maximal zulässiger Anteil erwarteter Fehlklassifikationen, wobei sich dieser Gesamtanteil wie folgt aufteilt:

- · auf der Menge der wahr Negativen, sowie
- auf der Menge der wahr Positiven

dieser Gesichtspunkt steuert den tatsächlichen Anteil Fehlklassifizierter, den es ökonomisch zu bewerten gilt





Toxoplasmose Verteilung von ELISA Messwerten

Testevaluierung erfolgt unter experimentellen Bedingungen, d.h. es existieren

Zusatzinformationen

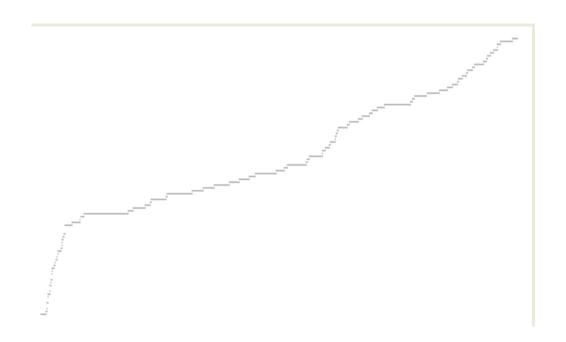
Eine der wichtigsten Informationen hierbei ist:

Die wahre Klassifikation der Proben bzgl. Positive bzw. Negative ist bekannt





Empirische Verteilungsfunktion der Messwerte - keine Kenntnis über die wahre Klassenzugehörigkeit -

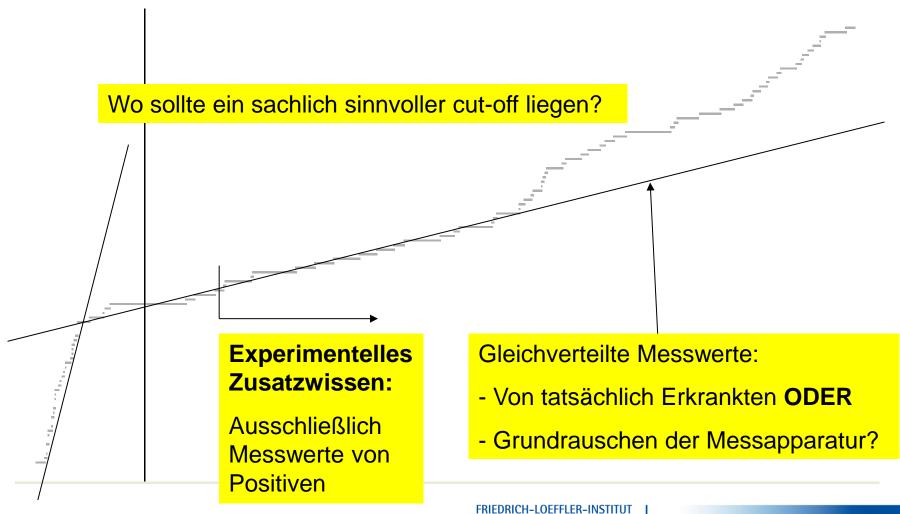


Frage: Wo liegt ein fachlich begründeter (sinnvoller) cut-off?





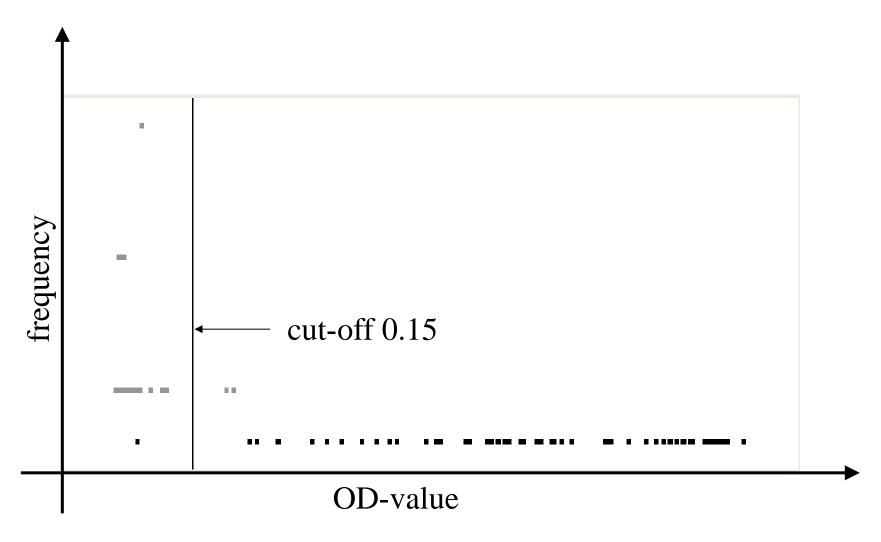
Verteilungsfunktion von Messwerten ohne Kenntnis der wahren Klassenzugehörigkeit





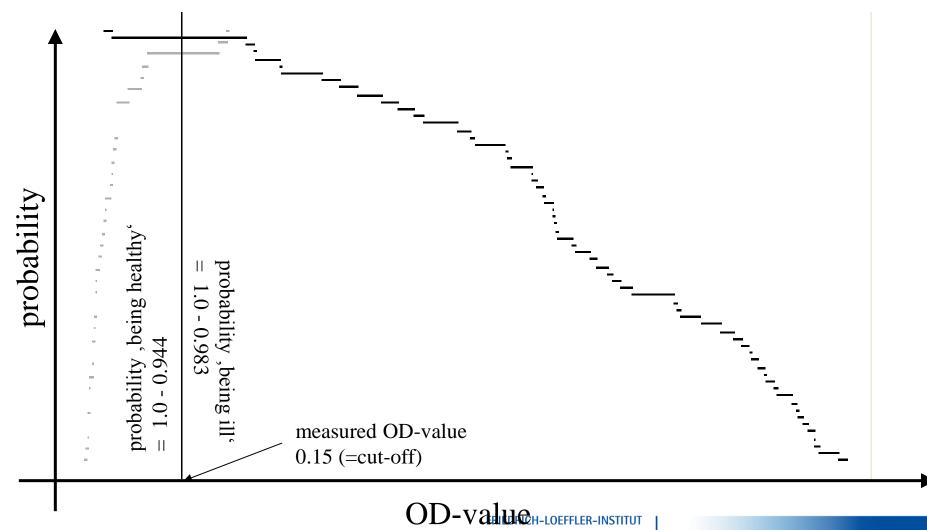


Wahrscheinlichkeitsfunktion





Verteilungsfunktionen

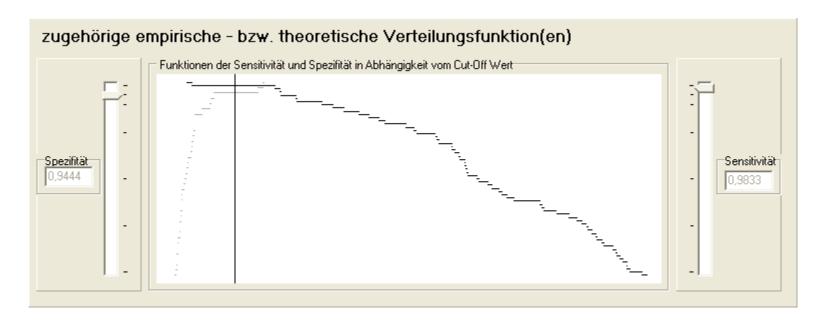






Güteberechnung der diagnost. Methode in Abhängigkeit vom cut-off

Zum Cut-off 0.15





Thank you for your attention.



